

**PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA - CLASSE 1° B**  
**Anno Scolastico 2025/26**

**ALGEBRA**

**I numeri naturali**

Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione e potenza: proprietà di tali operazioni (suddivise in assiomi e teoremi). Espressioni aritmetiche.

Criteri di divisibilità e scomposizione in fattori primi. Massimo comune divisore e minimo comune multiplo. Relazione tra m.c.m(a,b), M.C.D(a,b) e prodotto di a e b. Algoritmo di Euclide per il calcolo del M.C.D. fra due numeri naturali.

**I numeri interi**

Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione e potenza con esponente un numero naturale; proprietà delle operazioni. Confronto tra numeri interi (relazione di ordine e sue proprietà); rappresentazione dei numeri interi su una retta orientata.

**I numeri razionali**

Le frazioni; definizione di numero razionale come classe di frazioni equivalenti; assiomi e teoremi inerenti le operazioni in  $\mathbf{Q}$  (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione); potenze con esponente un numero intero relativo: definizione e loro proprietà (con dimostrazione). Rappresentazione dei numeri razionali su una retta orientata. Numeri decimali limitati e periodici; frazione generatrice di un numero decimale periodico (con dimostrazione). Criteri per stabilire se un numero razionale espresso sotto forma di frazione ha una rappresentazione decimale limitata o illimitata, periodica semplice o periodica mista. Espressioni in  $\mathbf{Q}$ . Percentuali e problemi con percentuali (concetto di variazione assoluta e variazione relativa e in percentuale di una variabile).

Leggi di monotonia per le uguaglianze e per le disuguaglianze.

**La logica.**

Tavole di verità dei connettivi logici “e”, “o”, “non”, definizione di proposizioni logiche equivalenti; tavola di verità dell'implicazione materiale e della doppia implicazione; verifica dell'equivalenza fra  $p \rightarrow q$  e  $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$  (proposizione contronominale).

Il concetto di implicazione logica è stato introdotto e analizzato soprattutto nel contesto della geometria euclidea; in particolare si è riflettuto in modo approfondito sul significato di: definizione, assioma, teorema, teorema inverso, “condizione necessaria e condizione sufficiente affinché...”

**I monomi e i polinomi**

Definizione di monomio, di grado di un monomio (sia complessivo che rispetto ad una lettera), di monomio ridotto a forma normale e di monomi simili; operazioni fra monomi: addizione e sottrazione, moltiplicazione e divisione, potenza ad esponente intero positivo. Massimo comune divisore e minimo comune multiplo fra monomi.

Definizione di polinomio e di grado di un polinomio (sia complessivo che rispetto ad una lettera). Riduzione a forma normale. Somma algebrica di polinomi, prodotto di polinomi, divisione di un polinomio per un monomio. Prodotti notevoli: quadrato di un binomio e di un trinomio, somma per differenza, cubo di un binomio. Potenza di un binomio e triangolo di Tartaglia. (Tutte le proprietà relative alle operazioni di addizione e moltiplicazione fra monomi e polinomi sono state dimostrate).

Divisione fra due polinomi: definizione e algoritmo per il calcolo di quoziente e resto.

Teorema del resto di Ruffini e sue conseguenze (con dimostrazione). Regola di Ruffini per il calcolo di quoziente e resto.

**La scomposizione in fattori e le frazioni algebriche**

Definizione di polinomio irriducibile; i metodi per la scomposizione in fattori: raccoglimento a fattore comune totale, raccoglimento parziale, la scomposizione riconducibile a prodotti notevoli, la scomposizione della differenza di cubi e della somma di cubi, la scomposizione di particolari trinomii di secondo grado, la scomposizione mediante il teorema e la regola di Ruffini. Teorema sugli zeri interi e sugli zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi.

Le frazioni algebriche: definizione e condizioni di esistenza; condizioni affinché una frazione sia nulla. La semplificazione delle frazioni algebriche; frazioni algebriche e cambiamenti di segno: come determinare una frazione algebrica equivalente ad una assegnata ma con numeratore (o denominatore) opposto a quello della frazione assegnata. Addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione fra frazioni algebriche, potenza di una frazione algebrica ad esponente in  $\mathbb{Z}$ . Espressioni con frazioni algebriche.

### **Equazioni**

Definizione di equazione e di identità; principi di equivalenza delle equazioni. Equazioni di primo grado intere e fratte. Problemi di primo grado.

### **GEOMETRIA**

Per la geometria euclidea l'insegnante ha seguito il percorso proposto dal libro di testo (capitoli G1, G2 e prima parte del capitolo G3 fino a pagina G102) integrandolo con alcune attività di costruzione con il software di geometria dinamica Geogebra.

Elenco qui di seguito le definizioni, gli assiomi e i teoremi che sono stati formalizzati.

#### Assiomi:

Assiomi di appartenenza e di ordine, esistenza e unicità della circonferenza avente centro e raggio assegnati; assioma di partizione del piano da parte di una retta; assioma del trasporto del segmento e del trasporto di un angolo su una semiretta; i criteri di congruenza (sono stati accettati come assiomi).

Assiomi inerenti la congruenza fra segmenti e fra angoli. Postulati di divisibilità dei segmenti e degli angoli. Quinto postulato di Euclide (unicità della parallela ad una retta assegnata per un punto ad essa esterno).

#### Definizioni:

Definizioni di semiretta, di segmento, di semipiano, di angolo, di figura convessa e di figura concava; di poligonale e di poligono; di somma e differenza di segmenti o di angoli; di punto medio di un segmento e di bisettrice di un angolo; di multipli e sottomultipli di un segmento o di un angolo; di angoli opposti al vertice, di angoli complementari, supplementari, esplementari; di angoli opposti al vertice. Definizioni di rette perpendicolari e di rette parallele. Rette tagliate da una trasversale, angoli alterni interni, alterni esterni, corrispondenti, coniugati interni e coniugati esterni.

#### Teoremi:

Il teorema degli angoli opposti al vertice ed il teorema sugli angoli complementari di angoli congruenti; i teoremi inerenti il triangolo isoscele; il primo teorema dell'angolo esterno e le sue conseguenze; i teoremi inerenti le disuguaglianze fra gli elementi di un triangolo.

Il teorema di esistenza e unicità della retta perpendicolare ad una retta data passante per un punto  $P$  assegnato. Teoremi sulle rette parallele: condizioni necessarie e sufficienti affinché due rette siano parallele.

#### Costruzioni con riga e compasso:

Trasporto di un angolo convesso su una semiretta.

Costruzione della bisettrice di un angolo e del punto medio di un segmento.

Costruzione della retta perpendicolare ad una retta assegnata passante per un punto assegnato.

Costruzione della retta parallela ad una retta assegnata per un punto ad essa esterno.

Tutti teoremi sono stati dimostrati.