

Programma svolto di Matematica

classe 3A

a.s. 2021-2022

Gaetano Cascio

15 giugno 2022

1 Equazioni e disequazioni

- Disequazioni di grado due e di grado superiore al secondo; studio del segno di un prodotto di polinomi.
- Disequazioni fratte.
- Sistemi di disequazioni
- Equazioni e disequazioni con valori assoluti: il valore assoluto di un numero reale;
 - Equazioni del tipo $|A(x)| = a$, con $a \in \mathbf{R}$.
 - Equazioni con più valori assoluti: Risoluzione mediante lo studio separato in un'opportuna partizione del campo di esistenza di equazioni senza valore assoluto.
 - Disequazioni con valori assoluti: stesso discorso di sopra in presenza di più valori assoluti; Casi particolari: equazioni del tipo $|A(x)| < k$, e $|A(x)| > k$, con $k > 0$.
- Equazioni e disequazioni irrazionali
 - Equazioni irrazionali del tipo $\sqrt[n]{A(x)} = B(x)$, sia con n pari sia con n dispari: equivalenza con un sistema di equazioni e disequazioni razionali.
 - Disequazioni irrazionali delle forme $\sqrt[n]{A(x)} < B(x)$ e $\sqrt[n]{A(x)} > B(x)$, sia con indice n pari che con indice dispari; equivalenza con un sistema di disequazioni razionali.

2 Cenni di teoria degli insiemi

- Idea ingenua di insieme.
- Rappresentazioni di un insieme: proprietà caratteristica, elencazione, diagrammi di Euler-Venn.
- Cardinalità di un insieme.
- Operazioni di **unione**, **intersezione** e **differenza** di insiemi e loro proprietà (associatività, distributività reciproca, leggi di De Morgan).
- **Sottoinsiemi** di un insieme: L'insieme vuoto; L'**insieme delle parti** di un insieme e le sue proprietà: cardinalità dell'insieme delle parti di un insieme finito.
- **Prodotto cartesiano** di due insiemi.
- **Relazioni binarie**: definizione di relazione come sottoinsieme del prodotto cartesiano; Relazioni **riflessive**, **simmetriche** e **transitive**: definizione ed esempi di relazioni **di equivalenza**.

3 Funzioni

- Funzioni e loro caratteristiche: Definizione di funzione, insieme di partenza (**dominio**) e insieme di arrivo (**codominio**) di una funzione; **immagine** di una funzione; **Retroimmagine** (o **fibra**) di un elemento del codominio di una funzione.
- Funzioni numeriche: variabile indipendente e variabile dipendente; Grafico di una funzione.
- Classificazione delle funzioni numeriche:
 - Funzioni razionali intere.
 - Funzioni razionali fratte.
 - Funzioni irrazionali.

Forma esplicita e forma implicita di una funzione.

- Funzioni definite a tratti.
- Dominio naturale di una funzione. Principio di uguaglianza tra due funzioni.
- Zeri e segno di una funzione.
- Funzioni **iniettive**, **suriettive** e **biiettive**: definizioni e proprietà.

- Funzione **inversa** di una funzione f biiettiva, e metodo per ricavare il suo grafico a partire dal grafico della funzione f .
- Funzioni **crescenti, decrescenti, monotòne**.
- Funzioni **pari** e funzioni **dispari**.
- Funzioni periodiche (cenno).
- **Composizione** di due funzioni.
- Trasformazioni geometriche e grafici: definizione di trasformazione geometrica; **traslazioni, simmetrie assiali**, e grafici di funzioni trasformati.
- Funzioni con valori assoluti e loro rappresentazione grafica.

4 Cenni alle successioni numeriche

- Successioni numeriche
- Cenni al principio di induzione e sue applicazioni.

5 Piano cartesiano e retta

- Punti e segmenti nel piano cartesiano: Le **coordinate (ascissa e ordinata)** di un punto; Distanza tra due punti.
- **Punto medio** di un segmento e **baricentro** di un triangolo.
- **Rette** nel piano cartesiano; Equazioni lineari e rette; L'equazione generale di una retta nel piano; Casi particolari: Rette parallele agli assi, rette passanti per l'origine.
- **Coefficiente angolare** di una retta (non parallela all'asse y) e pendenza.
- Equazione **esplicita** della generica retta non parallela all'asse y : significato geometrico dei termini m e q nell'equazione della forma $y = mx + q$.
- Equazione di una retta passante per un punto assegnato e di coefficiente angolare noto.
- Calcolo del coefficiente angolare date le coordinate di due punti.
- Equazione della retta passante per due punti.
- Posizione reciproca di due rette: rette **incidenti**, rette **parallele**, rette **perpendicolari**; Condizioni di parallelismo e di perpendicolarità.
- Distanza di un punto da una retta (espressa in forma esplicita).

- Rappresentazione di alcune rette come luoghi geometrici:
 - L'**asse** di un segmento.
 - Le **bisettrici** degli angoli formati da due rette incidenti.
- **Fasci** di rette
 - Fasci **impropri** di rette parallele.
 - Fasci **propri** di rette passanti per un punto.
 - Fasci generati da due rette, determinati come combinazioni lineari delle due equazioni.

6 Parabola

- **Fuoco** e **direttrice** di una parabola: Definizione di parabola come luogo geometrico e sue proprietà di simmetria assiale. Il **vertice** di una parabola.
- Determinazione dell'equazione della parabola con asse di simmetria coincidente con l'asse y e vertice nell'origine: $y = ax$ con $a \in \mathbf{R}$.
- Significato geometrico del termine a : **apertura** e **chiusura**, **concavità** della parabola.
- Determinazione dell'equazione della generica parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y tramite traslazione.
- L'equazione generica della parabola con asse parallelo all'asse y e le coordinate di vertice e fuoco; equazione della direttrice e dell'asse di simmetria a partire dai coefficienti dell'equazione. Metodo di completamento del quadrato per determinare il vertice.
- Parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x .
- Rette e parabole: rette **secanti**, **tangenti**, **esterne** a una parabola. Condizione di tangenza: il discriminante Δ .
- Coefficiente angolare della retta tangente a una parabola (con asse di simmetria parallelo all'asse y) in un suo punto di ascissa x_0 : la **derivata** di un polinomio. Formula di sdoppiamento.
- Area del segmento parabolico.
- Determinazione dell'equazione di una parabola.

7 Circonferenza

- Definizione di circonferenza come luogo geometrico noto il centro e il raggio.
- Equazione della circonferenza nelle sue due forme equivalenti:
 - la forma $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$
 - la forma $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
- Dall'equazione al grafico. Determinazione di centro e raggio di una circonferenza dall'equazione nella seconda forma.
- Rette e circonferenze: rette **secanti**, **tangenti** e **esterne** a una circonferenza.
- Condizione di tangenza; metodi:
 - con $\Delta = 0$;
 - distanza retta-centro uguale al raggio;
 - retta tangente nel punto P perpendicolare al raggio CP ;
 - Formule di sdoppiamento (non spiegate a lezione).
- Determinazione dell'equazione di una circonferenza note tre condizioni.
- Posizione di due circonferenze (cenno).

Libro di testo adottato

Massimo Bergamini, Graziella Barozzi, Anna Trifone: Manuale blu 2.0 di matematica, terza edizione, volume 3A, Zanichelli.

(Per la parte di teoria degli insiemi si fa riferimento al volume 1, in uso al primo anno.)