

## PROGRAMMA DI MATEMATICA

### Classe 5ALS Potenziamento Inglese

Liceo Scientifico Statale "Alessandro Volta" - Colle Val d'Elsa (SI)

a.s. 2020 - 2021

#### LIMITI

Limiti di funzioni elementari. Limite di una somma di funzioni e relativa forma indeterminata  $(+\infty - \infty)$ , limite del prodotto e relativa forma indeterminata  $(0 \cdot \infty)$ , limite del quoziente

e relative forme indeterminate  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ , limite di potenza del tipo  $f(x)^{g(x)}$  e relative forme indeterminate  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$ . Procedure per calcolare forme indeterminate

Limiti notevoli di funzioni goniometriche, di funzioni esponenziali e logaritmiche.

Infiniti, infinitesimi e loro confronto per calcolare forme indeterminate. Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo.

Teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi, teorema dell'esistenza degli zeri. Punti di discontinuità di prima, seconda e terza specie. Definizione di asintoto e ricerca di asintoti orizzontali, verticali e obliqui di una funzione. Grafico probabile di una funzione.

#### DERIVATE

Derivata di una funzione: il problema della ricerca della retta tangente a una curva e il limite del rapporto incrementale al tendere a zero dell'incremento. La derivata di una funzione in un punto interno al dominio e il calcolo della derivata attraverso la sua definizione. Interpretazione geometrica della derivata di una funzione Derivata destra e derivata sinistra. Funzione derivabile in un punto e in un intervallo. Teorema della relazione tra continuità e derivabilità di una funzione in un punto (dim). Derivate fondamentali e operazioni con le derivate: derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata della somma di funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del reciproco di una funzione, derivata del quoziente di due funzioni (tutte con dim). Derivata di una funzione composta (dim). Derivata di una funzione  $f(x)$  elevata ad una funzione  $g(x)$  (dim). Derivata della funzione inversa (dim). Derivate di ordine superiore al primo. Scrittura dell'equazione della retta tangente e della retta normale al grafico di una funzione in un suo punto. Definizione di punto stazionario. Analisi dei punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Criterio di derivabilità. Applicazioni alla fisica: velocità, accelerazione, intensità di corrente.

#### TEOREMI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

Teorema di Rolle (dim),

Teorema di Lagrange (dim), Corollario 1 (funzione costante in  $[a; b]$ ), Corollario 2 (funzioni che differiscono per una costante), Criterio di derivabilità.

Teoremi sul legame tra segno della derivata prima di una funzione e la crescita e decrescenza della funzione stessa (dim) e teorema inverso. Teorema di Cauchy.

Teorema di De L'Hospital (dim) e applicazione nel calcolo di forme indeterminate.

#### MASSIMI, MINIMI E FLESSI

Definizione di massimi e minimi relativi e assoluti, definizione di flesso a tangente orizzontale, verticale e obliqua. Teorema di Fermat (dim). Ricerca di massimi e minimi relativi con lo studio

del segno della derivata prima. Ricerca dei flessi a tangente orizzontale (condizione sufficiente). Studio del segno della derivata seconda per determinare la concavità della funzione e i flessi a tangente non orizzontale. Problemi di ottimizzazione.

## **STUDIO DI FUNZIONE**

Schema generale con analisi dei vari passaggi per determinare l'andamento del grafico possibile di una funzione di equazione  $f(x)$ : dominio, eventuali simmetrie, punti di intersezione con gli assi cartesiani, segno della funzione, comportamento della funzione agli estremi del dominio e determinazione di eventuali asintoti (orizzontali, verticali e obliqui), derivata prima e studio del segno della derivata prima per determinare gli intervalli di crescita e decrescita della funzione ed eventuali massimi o minimi relativi, flessi a tangente orizzontale e punti di non derivabilità, derivata seconda e studio del segno della derivata seconda per determinare gli intervalli di concavità e convessità della funzione ed eventuali flessi a tangente obliqua. Dal grafico di una funzione a quello della sua derivata.

## **INTEGRALI INDEFINITI**

Definizione di funzione primitiva di una funzione data. Teorema su tutte e sole le primitive di una funzione data che differiscono solo per una costante additiva. Definizione di integrale indefinito di una funzione data e di funzione integrabile. Teorema che lega la continuità, la derivabilità e l'integrabilità di una funzione.

Proprietà dell'integrale indefinito: proprietà di linearità (prima e seconda)

Integrali indefiniti immediati: funzione costante, potenza di  $x$ ,  $1/x$ , funzione esponenziale, funzioni goniometriche, funzioni le cui primitive sono le funzioni goniometriche inverse, funzioni la cui funzione primitiva è una funzione composta.

Integrazione per sostituzione: spiegazione della variazione di variabile e del conseguente cambiamento della quantità  $dx$ .

Integrazione per parti: dimostrazione della formula.

Integrazione di funzioni razionali fratte.

## **INTEGRALI DEFINITI**

Definizione di trapezoide e di integrale definito per una funzione continua positiva o nulla.

Integrale definito di una funzione continua di segno qualsiasi. Definizione generale di integrale definito.

Proprietà dell'integrale definito: additività dell'integrale rispetto all'intervallo di integrazione, integrale della somma di funzioni, integrale del prodotto di una costante per una funzione, confronto tra gli integrali di due funzioni, integrale del valore assoluto di una funzione, integrale di una funzione costante.

Teorema della media (dim)

Definizione di funzione integrale di una funzione data e teorema fondamentale del calcolo integrale Teorema di Torricelli-Barrow) (dim). Calcolo dell'integrale definito come differenza tra i valori assunti da una qualunque primitiva di  $f(x)$  rispettivamente nell'estremo superiore di integrazione e nell'estremo inferiore (formula di Leibniz-Newton)

Calcolo di aree: area compresa fra una curva e l'asse  $x$ , area compresa fra due curve. Calcolo di volumi: volume di un solido di rotazione intorno all'asse  $x$  e intorno all'asse  $y$ .